Un Modelo de Simulación del Sistema Educativo Mexicano*

Ernesto Schiefelbein
Oficina Regional de Educación,
UNESCO (Chile)

PRESENTACIÓN[1]

Se ha diseñado un modelo de Programación Lineal (PL) que permita tener una visión integrada del sistema de educación mexicano y representar los efectos de diversas políticas de educación. Al implementarlo fue posible constatar que los principales antecedentes estadísticos eran inconsistentes. A fin de reducir, en parte, estas inconsistencias se construyó un modelo markoviano para simular el flujo de estudiantes en el nivel básico y medio. Con esta y otras informaciones y la estimación subjetiva (método Delphi) del resto de los parámetros se han computado versiones del modelo de PL para periodos de diversa longitud (a partir de 1970). Se ha afinado la formulación del modelo y una vez que se disponga de mejores estimaciones de algunas de sus variables y parámetros será posible utilizarlo en el examen de los problemas de decisión frente a alternativas inciertas.

El presente artículo, que por lo mismo no tiene todavía un carácter definitivo, se ocupa primordialmente del modelo markoviano y proporciona los resultados que se obtuvieron al aplicar dicho modelo a la situación mexicana. En segundo lugar, en el artículo se describen la estructura del modelo de PL; pero en virtud de que algunas de sus variables exógenas (como las que se refieren a la demanda de recursos humanos) y endógenas (como las que fueron determinadas subjetivamente) serán objeto de futuras revisiones, no se ha juzgado conveniente incluir detalladamente en el artículo los resultados correspondientes a la aplicación de dicho modelo. En consecuencia, sólo se

* Este trabajo fue realizado bajo contrato con el Centro de Estudios Educativos. Una versión preliminar del mismo fue presentada en la Conferencia sobre el Uso de las Computadoras en la Investigación Económica y Social en América Latina, celebrada en Cuernavaca, Mor. (México) del 25 al 29 de octubre de 1971.

apuntan las tendencias que se advierten en las soluciones preliminares que se han obtenido hasta ahora.

INTRODUCCIÓN

Cada vez se siente con mayor fuerza el deseo de tomar las decisiones en forma racional, especialmente cuando ellas afectan a grandes grupos de la población. Quizás con un cierto retraso, con respecto a otros sectores, este deseo también está llegando a la educación. Es posible que las autoridades educacionales de los distintos países difieran en las metas que desean alcanzar, pero todos desean alcanzarlas empleando el mínimo de recursos, esto es, en la forma más eficiente posible.

En la última década ha existido gran interés en aplicar el instrumental analítico de la economía al planeamiento de la educación. La literatura especializada sobre modelos educacionales es copiosa pero el número de trabajos en que se describen aplicaciones a situaciones reales es escaso. Esto se puede explicar, quizás, en términos de la complejidad de las interrelaciones a tomar en cuenta en las decisiones sobre problemas educacionales.

Como casi todos los sistemas sociales, la educación sólo se puede controlar parcialmente. Esto fuerza al educador que actúa como ejecutivo a "apostar" acerca de los posibles resultados que se obtendrían con cada una de las decisiones alternativas. Los resultados de las alternativas no se pueden precisar porque ellos dependen de acontecimientos que no se pueden predecir *ex-antea* con precisión. En otras palabras, el ejecutivo que dirige el sistema educativo enfrenta problemas del tipo conocido como problema de "decisiones ante incertidumbre".

A. Esquema de trabajo

Cuando el Centro de Estudios Educativos abordó la tarea de examinar proposiciones concretas de acción para el sistema de educación mexicano debió enfrentar estos problemas de la incertidumbre. Entre los diversos enfoques a utilizar se consideró el diseño de un modelo capaz de explorar sistemáticamente las alternativas pertinentes. Más que fundamentar una política dada se trataba de preparar una herramienta que permitiera representar, en una situación simplificada, los efectos de diversas políticas que se desearían aplicar en el sistema de educación mexicano.

1. Objetivos

El objetivo del modelo es pues facilitar al ejecutivo la adopción de estas decisiones ante incertidumbre. Más específicamente, se trata de proporcionar a ese ejecutivo un esquema flexible que pueda representar tanto las relaciones estructurales del sistema como todos los supuestos importantes que el ejecutivo considera al tomar su decisión. El modelo computaría sus resultados considerando el juego de relaciones objetivas y de los supuestos. Dichos cálculos permitirían verificar cuán consistentes son las políticas, o cómo se modifican los resultados esperados directamente por el efecto de las interacciones o efectos secundarios. En otras palabras, en vez de procurar calcular "la" solución óptima se desea que el ejecutivo sea consistente en sus "estima-adivinaciones" y que, por lo menos, evalúe los posibles efectos que sugiere el resultado del cálculo del modelo.

Este objetivo plantea numerosas restricciones al diseño del modelo. Como se desea que el modelo sea útil para los ejecutivos de la educación (que se supone son educadores), debe cumplir con requisitos tales como:

- el modelo tiene que abarcar todo el sistema educacional que depende del ejecutivo;
- tiene que reducirse al máximo la brecha entre los constructores y los que usan el modelo;
- el modelo debe ser "transparente" en el sentido de que las variables y parámetros tengan significado evidente para los educadores (ver Anexos I, II, III);
- el modelo debe permitir obtener resultados comparables con los que se hayan obtenido a través de procedimientos iterativos de uso habitual;
- debe considerar los efectos internos de las alternativas existentes, es decir, las repercusiones "dentro" del sistema educacional;
- las variables determinadas en otros sectores de actividad, ajenos al sistema educacional, se considerarán determinadas exógenamente;
- debe permitir una computación rápida (para mañana) de las alternativas que se desean examinar a fin de entregar los resultados en el momento preciso.

Un supuesto fundamental de todo el trabajo es que el modelo se usará dentro de un contexto de planificación, es decir, será utilizado por planificadores que tienen un conocimiento profundo de la situación que el modelo permite manipular.

2. Características distintivas

Conviene destacar que el modelo propuesto tiene algunas características que lo diferencian de modelos anteriores. Incluye procedimientos alternativos de dar educación, es decir, diversas tecnologías educacionales; ofrece la posibilidad de asignar costos sociales por alumno no atendido oportunamente por el sistema, y también puede hacerlo en el caso de los alumnos que deserten prematuramente. Como en otros modelos anteriores es posible considerar las relaciones entre la educación regular y la formación acelerada en el trabajo; los niveles mínimos de educación subjetivamente deseables y obtener indicaciones mediante los "precios de sombra", de los puntos críticos que reducen la eficiencia del sistema.

Las características del modelo del sistema educativo están en función de la disponibilidad de antecedentes necesarios para su implementación. Algunas verificaciones preliminares de las cifras estadísticas indicaron algunas inconsistencias que fue necesario resolver con la ayuda de un modelo markoviano de los flujos de estudiantes. Como el uso futuro que se pueda hacer de este modelo dependerá, en parte, de algunos estudios adicionales (*v. gr*. recursos humanos y construcciones), se puede decir que el cumplimiento del objetivo involucra un sistema de modelos que se complementan mutuamente. Tanto el modelo global como el modelo complementario se describen más adelante.

3. Definición del tipo de relaciones

El diseño del modelo se ve afectado tanto por las restricciones que emanan de los objetivos como por el estado de la disciplina:

- por una parte, los educadores trabajan con proporciones: relaciones alumno-profesor; texto por alumno; espacio por alumno; tasa de promoción, etc. Esto significa que las relaciones, en lo posible, deben ser lineales. Esto explica, en gran parte, que se haya planteado el problema como uno de PL. El otro factor que influyó fue el disponer del lenguaje MPS que permite realizar los cálculos con bastante facilidad (aunque sea relativamente lento). Se verá, más adelante, que el usar relaciones lineales facilita en parte el diseño pero tiende a generar soluciones extremas.
- por otra parte, sin embargo, en educación no se conoce, todavía, la forma de las relaciones fundamentales entre las variables, es decir, no se sabe, por ejemplo, en cuánto aumenta la tasa de promoción si se reduce la carga de alumnos por profesor, si se aumenta el número de textos por curso o si se aumenta el salario de los profesores.

Para ser más específico, ni siquiera se conoce cuál es el resultado del sistema. No se dispone de un índice que involucre tanto la cantidad de alumnos que egresan como la calidad o rendimiento académico que alcanzan. Es evidente que si no se conoce el resultado menos se pueden establecer relaciones entre insumos o factores y el resultado o producto.

Si bien se hizo un esfuerzo especial para determinar tasas de transición consistentes con el resto de la información utilizada en el modelo, quedan diversas relaciones y parámetros por estimar con mayor precisión. La naturaleza del problema, sin embargo, nos dice que nunca se alcanzará a lograr una definición completa de la situación. De allí que no se haya esperado reunir mayores antecedentes para diseñar el modelo y se optará por "postular" aquellas relaciones cualitativas que se desconocen, y examinar si los resultados que se obtienen con dichas computaciones parecen o no razonables.

Para postular dichas relaciones se han utilizado técnicas empleadas por los "futurólogos" tales como el método Delphi, para lograr una convergencia rápida de las estimaciones de cada uno de los jueces o expertos que opine sobre esa relación. El utilizar las mismas definiciones de los conceptos que dichos expertos manejan habitualmente facilitó el proceso. Se verá, más adelante, que estas relaciones postuladas corresponden a un 10% del total de relaciones funcionales, pero, usualmente, desempeñan un papel importante en el funcionamiento del modelo.

4. Etapas

En esta primera etapa, que se describe en este trabajo, se ha intentado fundamentalmente calibrar el modelo, es decir, que su funcionamiento represente "adecuadamente" la realidad de la que será modelo. En una próxima etapa será posible incluir los resultados de los estudios de recursos humanos recién terminados, utilizar la información del censo de población recientemente levantado y realizar algunos estudios específicos con la seguridad de que estos datos serán insertados en un modelo que ha probado funcionar adecuadamente.

De acuerdo con este esquema de trabajo se presentarán los resultados en dos secciones diferentes. En la primera se describirá el modelo global, mientras que en la siguiente se examinará la utilización del modelo markoviano empleado para la determinación de las tasas de transición por usar en el diseño del modelo global. En una tercera sección se comentarán las principales conclusiones que se infieren de los dos modelos.

B. Modelo global del sistema de educación

El sistema educacional se considera en este modelo como una estructura en la que se debe determinar la intensidad con que se utilizará un cierto número de procesos educacionales. Cada proceso o actividad se define como un conjunto de tasas o cocientes entre el insumo anual de algunos factores y la generación de ciertos resultados en el correspondiente periodo. Cada actividad corresponde a una manera diferente de enseñar o aprender.

El sistema educativo se define en el modelo como un conjunto de actividades que generan personas educadas en cada periodo. Para educar mediante dichas actividades se utilizan diferentes recursos cuyas disponibilidades se suponen conocidas. El número de personas por educar depende de demandas económicas y sociales que se consideran exógenamente determinadas.

Se supone que las variables son continuas, es decir, que cada proceso puede alcanzar cualquier nivel dentro de un rango definido previamente, siempre y cuando se disponga de los factores (recursos) correspondientes. El nivel de cada actividad corresponderá al valor de las variables en cada solución óptima.

El óptimo de una solución corresponde al valor máximo que puede alcanzar una determinada función mientras se respeten todas las restricciones establecidas en el problema. Esta función, utilizada como criterio para determinar la solución óptima, se denomina función objetivo. En este problema tanto la función objetivo como las restricciones serán expresiones lineales.

1. Características generales del modelo

En el proceso de formar personas con diversos niveles de preparación (rendimiento escolar), el sistema educacional utiliza recursos humanos (profesores, estudiantes, trabajadores) y de otra naturaleza (edificios, textos, transportes, y diversos gastos monetarios y no monetarios) de acuerdo con tasas relativamente constantes. A fin de diseñar el modelo, será necesario suponer que la tecnología educacional implícita en dichos coeficientes se mantiene, por lo menos, en el nivel previsible de acuerdo con las tendencias históricas.

Otro supuesto importante se refiere a la influencia que pueden tener la formación en el trabajo y la educación en el rendimiento de los trabajadores. Esto permitirá relacionar uno y otro tipo de formación con la demanda de egresados del sistema. La forma específica de estas relaciones será discutida más adelante.

Para cada uno de los diez periodos considerados en este caso se definieron 65 variables: 20 niveles de educación; 22 modalidades para incrementar la tecnología del sistema; dos clases de profesores; tres tipos de construcción escolares; cinco tipos de formación en el trabajo; siete niveles de calificación de la mano de obra, y diez variables de "rebalse" destinadas a facilitar el estudio de los "cuellos de botella" del sistema. A pesar de este nivel de agregación de las variables, el modelo tiene 646 ecuaciones (líneas), 1 419 variables y 4 573 elementos en la matriz. A fin de dar una visión de la estructura del modelo se presenta la siguiente tabulación de las ecuaciones:

Tanto la función objetivo como las relaciones que definen al sistema se expresan como funciones lineales a fin de que la formulación constituya un caso especial de la bien estudiada familia de los problemas de programación lineal (Ver Anexo IV). Ello permitirá aprovechar todas las propiedades ya estudiadas para este tipo de problemas.

En la tabla 1 se describen numerosas relaciones intertemporales. Ellas se obtienen, en parte, de un modelo del flujo de los estudiantes. Los estudiantes de cada año dependen de los que existían el año anterior, de acuerdo con tasas de promoción, repetición y deserción, y de los nuevos alumnos que se integran al sistema en el año. Otras relaciones intertemporales corresponden a las ecuaciones que determinan las modalidades a través de las cuales sería conveniente incrementar la productividad, es decir, la eficiencia con que funciona el sistema. Los profesores y edificios disponibles en cada periodo constituyen, finalmente, el resto de las relaciones intertemporales incluidas en este modelo. El tiempo se considera como discontinuo y la unidad corresponde a un año de operación.

En la descripción del modelo se usan los siguientes símbolos:

- letras minúsculas: las letras iniciales se usan como índices o como variables de holgura; las últimas letras del alfabeto se usan como vectores de los niveles de actividad, es decir, variables.
- letras mayúsculas: las últimas letras del alfabeto se usan como matrices de variables; las letras mayúsculas con barra indican disponibilidad de recursos (límites);
- letras griegas minúsculas: se usan como vectores de parámetros;
- letras griegas mayúsculas: se usan como matrices de parámetros.

Un resumen de las ecuaciones y una definición de la nomenclatura se presentan al final de este trabajo (ver Anexos I al IV).

TABLA 1
Resumen de las ecuaciones por periodos

Periodos	*Clasificación de las ecuaciones*			
	Identidades (definiciones)	*Relaciones funcionales*	*Límites (restricciones)*	*Condiciones iniciales y terminales*
Criterio		1		1
1970	3	10	10	
1970-1	2	24	18	
1971	1	7	10	
1971-2	5	24	18	
1972	1	7	10	
1972-3	5	24	18	
1973	1	7	10	
1973-4	5	24	18	
1974	1	7	10	
1974-5	5	24	18	
1975	1	7	10	
1975-6	5	24	18	
1976	1	7	10	
1976-7	5	24	18	
1977	1	7	10	
1977-8	5	24	18	
1978	1	7	10	
1978-9	5	24	18	
1979	1	7	10	
1979-80		21	18	
TOTALES	54	311	280	1

2. La función objetivo

Se señaló que el modelo proporciona una solución óptima en cada oportunidad en que se lo resuelve. El criterio para encontrar cada solución es la minimización de los gastos de operación de todo el sistema de educación en un cierto número de periodos, al mismo tiempo que se respetan las diversas condiciones establecidas en el modelo.

A diferencia del uso habitual de los modelos de programación lineal, no se trata de lograr una solución óptima única. Las facilidades de computación permiten utilizar el modelo para obtener familias de soluciones que resultan de cambiar sistemáticamente los parámetros que reflejan los distintos supuestos en que se basa cada decisión.[2] Dichos cambios permiten simular los efectos que producirían diversas políticas educacionales en los resultados del sistema educacional. En otras palabras, el modelo dentro de las restricciones y criterio de optimización que lo definen, provee un conjunto de soluciones para cualquier combinación de información, funciones y supuestos que definen un determinado sistema educativo.

Entre las soluciones computadas por el modelo, es posible que el ejecutivo pueda seleccionar algunas, con criterios subjetivos, que representen un óptimo relativo que le permita examinar dichas combinaciones de supuestos con mayor atención. De esta manera, el ejecutivo puede encontrar una ayuda para tomar decisiones en una materia en la cual es muy difícil medir resultados.

En el diseño general del modelo, que se desarrolla en esta oportunidad, se supondrá que los gastos se actualizan en el momento inicial. Esto permite examinar la forma de utilizar un flujo anual de recursos. Los precios de mercado se pueden suponer constantes ya que las variaciones marginales en el monto de recursos utilizados constituyen una pequeña fracción del valor de mercado de dichos bienes y existe una restricción específica que impide más profesores que los disponibles.[3]

Entre más simple la proyección, mejor, especialmente cuando no es posible establecer con claridad la tendencia del cambio. De allí que parezca aceptable utilizar una función objetivo lineal. Sólo cabe señalar la necesidad de examinar los supuestos, cada vez que se alcanza una solución que se considera óptima, para verificar si, en ese caso, una función diferente podría alterar sustancialmente dicho resultado.

De acuerdo con lo expresado anteriormente la función objetivo del problema sería la siguiente:[4]

$$\text{Minimizar } C = \Sigma_t \alpha_{1t} P_t + \alpha_{2t} X_t + \sigma_t \bar{\gamma}_t + \beta_t y_t + \bar{\gamma}_{1t} r_t + \gamma_{2t} q_t + \delta_t v_t + \psi_t u_t + E_t w_t + II_t z_t$$

Si se examina el significado de cada término (ver Anexos I, II y III), se verá que la expresión a minimizar no es más que la suma de los costos de operación (excluidos los profesores) del nivel parvulario (preprimario); más los del resto del sistema; más los gastos de atender los niños con problemas en forma previa a su entrada al nivel primario; más los gastos de los cursos remediables y atención individualizada a los que lo necesitan; más los costos sociales de dejar niños sin ingresar oportunamente al sistema; más los costos sociales de la deserción prematura; más los costos de construcción de nueva capacidad de atención en los diversos niveles; más las remuneraciones de los profesores que trabajan en todo el sistema de educación; más los costos de capacitar aceleradamente en el trabajo, y más el costo de recurrir a procedimientos extraordinarios para alcanzar una solución factible a pesar de las restricciones establecidas para el funcionamiento del sistema.

Estas últimas variables sólo ingresan a la solución cuando son el único recurso disponible para lograr soluciones, ya que el alto costo que se les asocia hace que la rutina de computación ensaye, previamente, el resto de las variables antes de hacer ingresar algunas de estas variables de “rebalse”. Cuando alguna aparece en la solución es señal de que hay algún punto de estrangulamiento del sistema que conviene detectar.

La función objetivo supone que se mantendrán tanto los actuales niveles de insumos por alumnos como sus precios. Si bien estos últimos no se ven afectados por las cantidades que demanda el sistema de educación (con la excepción de la demanda por educadores que a su vez depende de los niveles de remuneración del mercado de trabajo), el que se trate de un modelo que incluye los próximos diez años lleva a suponer que dichos precios podrán tener oscilaciones importantes, pero que ellas no se pueden prever, claramente, en el año base.

3. Las restricciones

Las expresiones algebraicas y las definiciones de las variables y parámetros aparecen en los anexos I al IV. Si bien esas ecuaciones bastan para entender la lógica interna del modelo, se agregan a continuación algunos comentarios adicionales que faciliten la identificación de la utilidad que tiene cada una de ellas en el funcionamiento total del modelo.

Ecuación 2: calcula el total de gastos corrientes del funcionamiento del sistema regular de educación para cada año y evita que ese total de gastos corrientes exceda la estimación de presupuesto corriente de ese año. Las variables y parámetros corresponden a los de la función objetiva. A fin de evitar que esta restricción genere soluciones no factibles se incluye una variable “z” que, por su alto costo sólo entra en la solución cuando es imposible cumplir, de otra manera, con la restricción presupuestaria y las demás restricciones del modelo en forma simultánea. Conviene destacar que la ecuación dos incluye los costos de incrementar en el futuro la eficiencia del sistema mediante la consideración de variables “$\overline{\gamma}$” desfasadas hasta en cuatro periodos.

Ecuación 3: calcula el total de gastos de capital, que requiere el reemplazo de la capacidad instalada o la adición de nueva capacidad, en cada año, y evita que dicho total exceda la estimación presupuestaria correspondiente a dicho periodo. Si hay flexibilidad en el manejo presupuestario sería posible reunir esta ecuación con la anterior o introducir variables que permitan el traspaso de los excedentes de presupuesto de capital a presupuesto corriente.

Ecuación 4: permite calcular la matrícula del año en función de la matrícula del año anterior y de los que ingresan al primer año de la educación primaria. Los coeficientes de transición entre dos periodos consecutivos representan la tecnología del sistema. Esta ecuación considera la posibilidad de mejorar dicha tecnología mediante dos procesos alternativos. Es posible mejorar los resultados haciendo ingresar anticipadamente a los niños con problemas al nivel preprimario o conseguir ese objetivo atendiéndoles en cursos remediales con un tratamiento especial hasta que se les resuelvan los problemas que impiden su normal desarrollo intelectual.

Ecuación 5: define la matrícula del curso preprimario como la suma de los alumnos que deban ser atendidos en jardines infantiles, antes de ingresar a primer año de primaria, a fin de evitar fracasos en el comienzo de su vida escolar.

Ecuación 6: limita los incrementos anuales de la tecnología educativa a un porcentaje de la matrícula total de cada grado en el año siguiente. La cifra resultante representa la máxima mejoría anual de la eficiencia del sistema (mayor promoción o menor deserción) que se puede alcanzar en las condiciones (especialmente costo) definidas en el modelo para lograr eses objetivos. El porcentaje en que se puede elevar la tecnología del sistema se fija en forma subjetiva mediante el método Delphi.

Ecuación 7: calcula el total de la oferta de personal que se incorpora a cada nivel de mano de obra y compara dicho total con las necesidades de mano de obra. La estimación de la demanda es parcialmente exógena ya que, internamente, se consideran tanto los requerimientos por el reemplazo de las personas que logran, mediante una formación acelerada, pasar a un nivel de mano de obra con mejor preparación, como los profesores que se requieren en cada nivel. Esta ecuación permite utilizar los superávit que se producen en los diversos niveles de calificación, en los niveles de calificación inmediatamente inferiores donde se incluye dicho personal en la oferta total correspondiente.

Ecuación 8: calcula el total de profesores primarios y secundarios que se requieren para atender a los alumnos matriculados en los cursos regulares y remediales. Compara dicho total con la oferta de profesores determinada en la ecuación nueve y obliga a que esta oferta sea igual o mayor que el número requerido. Cuando el nivel de oferta mínimo queda determinado en esta ecuación (oferta igual a demanda), en la siguiente ecuación se determina el mínimo de profesores a formar en el periodo. En esta versión se establece que oferta y demanda se igualen en cada periodo pero se puede, igualmente, definir la relación desfasada en un año.

Ecuación 9: define la oferta total de profesores como la suma de los sobrevivientes del periodo anterior (que no se han retirado del ejercicio de la profesión) más los profesores formados en el periodo. Los profesores formados en el periodo incrementan, a su vez, los requerimientos de personal pues quedan incluidos en la demanda total de mano de obra (ecuación siete).

Ecuación 10: calcula los requerimientos de espacio (edificaciones) de los alumnos en el sistema de educación. Compara este total de requerimientos con la capacidad total de atención de los periodos anteriores, incrementada con las inversiones del mismo periodo; y establece que la capacidad debe ser igual o mayor a los requerimientos. Cuando la capacidad mínima queda determinada en esta ecuación (capacidad igual a la demanda), en la siguiente ecuación se determina el mínimo de metros cuadrados de edificios que se deben construir en el periodo. Las relaciones entre oferta y demanda podrían plantearse desfasadas en uno o más periodos a fin de tomar en cuenta el tiempo que demora la construcción. En esta versión, sin embargo, no se ha considerado.

Ecuación 11: define la capacidad total de atención disponible en el periodo como la suma de la capacidad instalada del periodo anterior (reducido de acuerdo con una tasa media de depreciación) más las adiciones a la capacidad que se producen en el periodo. Si es posible establecer con qué anticipación se deben iniciar las construcciones se puede considerar uno o más periodos de desfase en las variables pertinentes.

Ecuación 12: establece que una cierta proporción de los alumnos del nivel preprimario debe permanecer, por lo menos, dos años en dicho nivel a fin de no tener más adelante dificultades de aprendizaje. En la implementación del modelo sólo se ha utilizado esta ecuación para establecer que estos niveles crezcan, por lo menos al 10% acumulativo anual dada la baja proporción que se atiende inicialmente. Al utilizar esta ecuación para su propósito original se debe recurrir al método Delphi en caso que no se disponga de las investigaciones pertinentes.

Ecuación 13: establece que el primer grado de preparatoria debe crecer de periodo en periodo. Sin embargo, a fin de evitar que esta restricción pueda generar una solución no factible se incluye una variable “z” que, por su alto costo, sólo entra en la solución cuando le es imposible al modelo obtener otra forma de cumplir con el requerimiento de la matrícula del primer grado y con el resto de las restricciones del modelo.

Ecuación 14: establece ciertos niveles de actividad mínimos, para el sistema de ecuación regular, en cada periodo. En la implementación del modelo esta restricción sólo se usa como condición inicial para los primeros grados en el primer periodo. Esta ecuación tiene gran utilidad para establecer las condiciones iniciales y terminales del modelo que permitan representar con fidelidad la realidad que se modela. Dichas condiciones requieren, usualmente, contar con relaciones funcionales flexibles para su adecuada definición.

Ecuación 15: determina el total de jóvenes de una cohorte de edad que queda sin ser atendido por el sistema en cada año. Este número se calcula como diferencia del total del alumno matriculado en cierto nivel de sistema y el total de jóvenes de la edad “normal” correspondiente a dicho grado. Esta ecuación facilita la representación, en el modelo, de los efectos de diversas políticas destinadas a reducir el número de jóvenes marginados del sistema en algunas de las edades.

Ecuación 16: determina los desertores de los primeros niveles del sistema. En dichos niveles es muy difícil disponer de los instrumentos de medición adecuados para apreciar el rendimiento escolar de esos alumnos. Por lo tanto, la gran deserción se debe más bien a los prejuicios de los maestros. De ahí que se registre en el modelo la cifra total de deserción prematura como una de las posibilidades de incremento masivo de la eficiencia con que opera el sistema de educación regular.

Ecuación 17: establece que el número de alumnos, de la cohorte de los siete años de edad que se incorpora al primer año de primaria, debe ser, por lo menos, igual al del periodo anterior. De esta manera se representa el imperativo social de no reducir, en ningún periodo, la capacidad de ingreso al sistema. Si se desea, se podría incluir un coeficiente a fin de que la capacidad de ingreso creciera, por lo menos, al ritmo de crecimiento de la población total o de la cohorte respectiva.

Ecuación 18: establece un nivel mínimo de actividad de las instituciones encargadas de la capacitación acelerada de la mano de obra. De esta manera se asegura la disponibilidad de un cuadro de instructores altamente calificado y de una organización que opera, aunque sea en un nivel mínimo (su costo corresponderá, fundamentalmente, a los costos fijos, es decir, que no varían ante cambios de su volumen de actividad), por lo que se puede expandir en el futuro si las circunstancias así lo exigen.

4. Estimación de los parámetros

Como se señaló anteriormente, el examen preliminar de la información reveló ciertas inconsistencias. A fin de no detener el trabajo de afinamiento del modelo hasta que se dispusiera de los datos adecuados se prefirió avanzar paralelamente en ambas líneas de trabajo. Junto con iniciar el diseño del modelo se realizó un estudio especial sobre tasas de transición cuyos valores históricos presentaban serias dudas. En el capítulo siguiente se describen las características de dicho estudio. De esta manera fue posible utilizar dichas tasas en las primeras versiones del modelo.[5] Para los restantes parámetros se utilizaron los mejores datos disponibles y se recurrió a estimaciones subjetivas, utilizando versiones simplificadas del "método Delphi", para completar la información requerida en el diseño del modelo.

La información utilizada en la versión descrita en este trabajo se presenta en detalle más adelante. Se espera que de esta manera sea posible verificar su validez al comparar estas cifras con las disponibles en otras fuentes.

Se podrá observar que, por ejemplo, la relación alumno-profesor usada en el modelo es 37, mientras que la histórica es, aproximadamente, 46. No se intenta absorber la diferencia en los diez años que considera el modelo sino que se la mantiene como una constante a través del ejercicio. Es indudable que al tener más adelante un mejor conocimiento de la política educacional que se proponga seguir, se le podrá representar fácilmente en el modelo. Algo similar ocurrió con las construcciones escolares que se ocupan en varios turnos. Para simplificar el problema, en este caso, se calculó la capacidad inicial (teórica) de acuerdo con las cifras por alumno que se usarán en el periodo. De ahí que las cifras totales de capacidad que aparecen en la tabla siguiente excedan, largamente, la realidad.

En cuanto a los costos por alumno y a las remuneraciones de los profesores se estimó que la tasa de incremento anual correspondería, aproxima-

TABLA 2
Valores de los parámetros en el año base

Símbolo	*Descripción*	*Valores*
φ_1	Relación profesor-alumno en nivel parvulario	0.027
φ_2	Relación profesor-alumno en nivel primario	0 .030
φ_{3_1}	Relación profesor-alumno en nivel medio	0.071
φ_{1_1}	Relación profesor-alumno en cursos remediales nivel primario	0.05
φ_2	Relación profesor-alumno en cursos remediales nivel medio	0.1
φ_1	Metros cuadrados por alumno en nivel parvulario y primario	1.85
φ_2	Metros cuadrados por alumno en nivel medio	4.5
φ_3	Metros cuadrados por alumno en nivel superior	10.0
η	Incremento máximo anual por uso de mejor tecnología	0.10
V_1	Metros cuadrados de capacidad inicial en el nivel primario	17 370 000.00
V_2	Metros cuadrados de capacidad inicial en el nivel medio	6 770 000.00
V_3	Metros cuadrados de capacidad inicial en el nivel superior	1 950 000.00
W_1	Actividad anual mínima en formación acelerada para nivel dos	20 000.00
W_3	Actividad anual mínima en formación acelerada para nivel tres	10 000.00
W_4	Actividad anual mínima en formación acelerada para nivel cuatro	5 000.00
W_5	Actividad anual mínima en formación acelerada para nivel cinco	2 000.00
W_6	Actividad anual mínima en formación acelerada para nivel seis	2 000.00
ψ_1	Costo anual por profesor de tiempo completo en primaria y parvularia	493.00
ψ_2	Costo anual por profesor de tiempo completo de nivel medio	1 420.00
a_1	Costos corrientes por alumno de parvularia (sin sueldo docente)	181.00
a_{21}	Costos corrientes por alumno de primaria (sin sueldo docente)	91.00
a_{22}	Costos corrientes por alumno de primer ciclo medio (sin sueldo docente)	760.00
a_{23}	Costos corrientes por alumno de segundo ciclo medio (sin sueldo docentes)	1 366.00
a_{24}	Costo medio por alumno universitario (1o. a 4o. año); incluye sueldos	8 668.00
a_{25}	Costo medio por alumno universitario 5o. año; incluye sueldos	9 000.00
a_{26}	Costo medio por alumno universitario 6o. año; incluye sueldos	10 000.00
δ_1	Costo del metro cuadrado de construcción en el nivel primario	580.00
δ_2	Costo del metro cuadrado de construcción en el nivel medio	850.00
δ_3	Costo del metro cuadrado de construcción en el nivel superior	1 250.00
σ	Costo de hacer ingresar alumnos al nivel primario	200.00
β_1	Costo de la atención remedial en primaria	100.00
β_2	Costo de la atención remedial en primer ciclo de media	800.00
β_3	Costo de la atención remedial en segundo ciclo de media	1 400.00
β_4	Costo de la atención remedial en 1o. a 4o. año de la Universidad	9 000.00
β_5	Costo de la atención remedial en 5o. año de la Universidad	10 000.00
β_6	Costo de la atención remedial en 6o. año de la Universidad	15 000.00
γ_1	Costo social del no ingreso oportuno de los alumnos	26.00
γ_2	Costo social de la deserción prematura	26.00
ε_1	Costo de la formación en el trabajo en el primer nivel	30 000.00
ε_2	Costo de la formación en el trabajo en el segundo nivel	20 000 .00
ε_3	Costo de la formación en el trabajo en el tercer nivel	60 000.00
ε_4	Costo de la formación en el trabajo en el cuarto nivel	20 000.00
ε_5	Costo de la formación en el trabajo en el quinto nivel	10 000.00
π	Costo de las variables de rebalse	100 000.00
i	Tasa de depreciación de las construcciones (edificios)	0.2

TABLA 3
Valores de los límites de las restricciones en cada año

Año	Disponibilidad presupuestaria		Requerimientos de mano de obra (en miles) por años de formación						
	Presupuesto corriente	Presupuesto de capital	7 a 9 años	10 a 12 años	13 y 14 años	15 y 16 años	17 años	18 y más	Número de jóvenes de 7 años (miles)
1970	10 700	1 300	200.0	75.0	17.0	4.0	6.0	3.0	1 537
1	11 450	1 390	210.0	90.0	18.0	4.7	7.1	3.5	1 583
2	12 250	1 487	248.0	97.0	21.0	12.0	8.4	4.1	1 631
3	13 108	1 591	293.0	105.0	25.0	16.0	9.9	4.8	1 680
4	14 025	1 702	346.0	113.0	30.0	20.0	11.7	5.7	1 730
5	15 006	1 821	408 .0	122.0	35.0	24.0	13.8	6.7	1 782
6	16 056	1 948	481.0	132.0	41.0	28.0	16.3	7.9	1 835
7	17 180	2 084	568 .0	142.0	48.0	32.0	19.2	9.3	1 891
8	18 382	2 230	670.0	153.0	65.0	36.0	22.7	11.0	1 947
9	19 669	2 386	790.0	165.0	66.0	44.0	26.8	13.0	2 006

TABLA 4
Tasas de promoción por nivel en cada año

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
19 70	.58	.66	.65	.64	.62	.55	.56	.60	.51	.62	.52	.66	.35	.48	.385	.365	.165
1	.59	.68	.65	.64	.63	.56	.57	.61	.51	.62	.53	.65	.37	.49	.41	.39	.20
2	.61	.69	.66	.67	.63	.57	.57	.61	.51	.63	.52	.65	.39	.50	.42	.40	.22
3	.62	.70	.67	.68	.64	.58	.58	.62	.52	.64	.54	.66	.40	.51	.43	.41	.23
4	.64	.71	.67	.65	.64	.59	.58	.63	.52	.64	.55	.67	.41	.52	.44	.42	.25
5	.65	.72	.67	.65	.65	.60	.59	.64	.53	.65	.56	.69	.42	.53	.45	.43	.27
6	.66	.72	.67	.65	.65	.61	.60	.64	.54	.66	.56	.70	.43	.54	.46	.44	.28
7	.67	.73	.68	.66	.65	.62	.60	.65	.55	.67	.57	.71	.44	.54	.47	.45	.30
8	.68	.74	.68	.67	.66	.64	.61	.66	.55	.68	.58	.73	.46	.55	.48	.46	.32
9	.70	.74	.68	.67	.66	.64	.62	.67	.56	.69	.59	.74	.47	.56	.50	.47	.33

TABLA 5
Tasas de repetición por nivel en cada año

Años	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*
1970	.38	.25	.25	.25	.28	.30	.24	.23	.26	.23	.23	.24	.45	.42	.55	.60	.585	.05
1	.37	.24	.26	.28	.28	.30	.23	.24	.25	.22	.24	.22	.43	.41	.51	.56	.54	.05
2	.37	.24	.26	.25	.28	.30	.23	.24	.26	.22	.23	.22	.42	.40	.49	.54	.52	.05
3	.34	.23	.28	.25	.28	.30	.23	.24	.25	.21	.21	.21	.41	.39	.47	.52	.49	.05
4	.33	.23	.26	.25	.28	.28	.28	.22	.24	.20	.20	.20	.40	.39	.45	.50	.48	.05
5	.32	.22	.25	.24	.27	.28	.22	.22	.23	.19	.19	.18	.39	.38	.43	.48	.45	.05
6	.31	.22	.26	.25	.27	.27	.21	.20	.23	.18	.18	.17	.38	.37	.41	.46	.43	.05
7	.30	.21	.25	.24	.26	.27	.21	.19	.22	.17	.18	.16	.37	.36	.39	.44	.41	.05
8	.29	.20	.24	.24	.26	.26	.20	.18	.21	.16	.17	.15	.36	.36	.37	.42	.39	.05
9	.27	.20	.24	.24	.26	.26	.19	.17	.20	.16	.15	.14	.35	.35	.35	.40	.37	.05

TABLA 6
Tasas de deserción por nivel en cada año

Años	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*
1970	.04	.09	.10	.11	.10	.15	.20	.17	.23	.15	.26	.10	.20	.10	.065	.035	.25	.95
1	.04	.08	.09	.11	.09	.14	.20	.15	.24	.16	.23	.13	.20	.10	.08	.05	.26	.95
2	.02	.07	.08	.08	.09	.13	.20	.15	.23	.15	.25	.13	.19	.10	.09	.06	.26	.95
3	.04	.07	.07	.07	.08	.12	.19	.14	.23	.15	.25	.13	.19	.10	.10	.07	.28	.95
4	.03	.06	.07	.10	.08	.13	.20	.15	.24	.16	.25	.13	.19	.09	.11	.08	.27	.95
5	.03	.06	.08	.11	.08	.12	.19	.14	.24	.16	.25	.13	.19	.09	.12	.09	.28	.95
6	.03	.06	.07	.10	.08	.12	.19	.16	.23	.16	.26	.13	.19	.09	.13	.10	.29	.95
7	.03	.06	.07	.10	.09	.11	.19	.16	.23	.16	.25	.13	.19	.10	.14	.11	.29	.95
8	.03	.06	.08	.09	.08	.10	.19	.16	.24	.16	.25	.12	.18	.09	.15	.12	.29	.95
9	.03	.06	.08	.09	.08	.10	.19	.16	.24	.15	.26	.12	.18	.09	.15	.13	.30	.95

damente, a la tasa de descuento que existe en el mercado mexicano. De allí que se mantengan fijos los precios iniciales durante todo el periodo.

Las cinco tablas siguientes presentan el resultado de las estimaciones. Dado su carácter provisional y los límites de espacio no se indican las fuentes utilizadas en cada caso.

5. Validación

Dadas las características del modelo no se ha utilizado un procedimiento sistemático de validación del modelo mismo, sino únicamente de sus aspectos cuantitativos, es decir, de las matrículas. Más adelante se presentan las diferencias entre las estimaciones y las cifras reales para el periodo 1962-1968, que eran los años para los cuales se disponía de datos diferentes de los utilizados para calcular las tasas.

Se debe recordar, además, que el objetivo del modelo no es realizar predicciones sino ayudar a pensar en las posibles repercusiones de políticas alternativas. Tampoco se pretende obtener "una" solución, sino familias de soluciones (*sensitivity analysis*) correspondientes a diversos conjuntos de "supuestos" sobre políticas.

A fin de fundamentar la inutilidad de intentar una validación más completa del modelo, basta recordar que si, por ejemplo, se desea eliminar ese 40% de repitentes en primer año de primaria (dos de cada cinco niños) se deberá alterar, drásticamente, toda la estructura del sistema. Al modificar sustancialmente la estructura, las relaciones históricas pierden gran parte de su valor.

6. Utilidad del modelo

Como se ha señalado anteriormente se ha completado la primera etapa del trabajo. Se ha computado el modelo para distintos periodos y verificado su funcionamiento satisfactorio. Se ha podido comprobar que al utilizar un modelo de más de seis periodos se tiende a alargar demasiado el tiempo de computación llegando a cerca de una hora por cada solución. En el futuro convendría reducir probablemente el tamaño del modelo.

Por el momento no se ha intentado utilizar el modelo para representar los efectos de diversas políticas alternativas ya que se debe mejorar previamente la calidad de algunas estimaciones, especialmente las que se refieren a demanda de mano de obra con distintos grados de calificación. Se sabe que existe un equipo trabajando en esta línea. Es probable que se cuente pronto con estas cifras que permitirán utilizar adecuadamente este modelo. La tabulación y análisis del Censo de Población, realizado en 1970, podría igualmente aclarar algunos antecedentes importantes, tales como los valores de las tasas de transición.

En los resultados de las versiones preliminares, sin embargo, se puede señalar que, dadas las altas tasas de repetición, el modelo tiende a incluir en la solución a las actividades de formación en el trabajo y de mejoramiento de la tecnología. Estas actividades representan alternativas al sistema regular que tienen costos bastante mayores que el sistema regular. Las clases remediales cuestan cerca de tres veces más que las regulares y cuatro veces más que las regulares de preprimaria. Sin embargo, al considerar el proceso de computación de las eficiencias relativas de las actividades, se prefiere a estas últimas. Esto indica la necesidad de revisar los antecedentes utilizados y, en caso de ser adecuados, la conveniencia de modificar las actuales prácticas docentes.

Otro de los resultados indirectos de esta primera etapa del programa sería la concentración del esfuerzo en la recolección y análisis de un número relativamente reducido de estadísticas que parecen ser clave en el proceso de toma de decisiones sobre el sistema de educación mexicano. Esta concentración del esfuerzo debería permitir contar muy pronto con la información necesaria.

Una vez que se disponga de la versión revisada de los parámetros convendría utilizar un modelo de cinco periodos anuales más un periodo de cinco años a fin de reducir el tiempo de computación y mantener, en parte, un conocimiento de los efectos en el largo plazo de las decisiones que día a día afectan al sistema.

Al utilizar el modelo para representar las repercusiones que tendrían diversas políticas, sobre las variables que incluye el modelo, será posible construir curvas de transformación entre diferentes "productos" de la educación o calcular costos "de empate" entre las diversas actividades que generan dichos productos. Conviene recordar, además, que siempre se menciona la conveniencia de considerar los efectos secundarios en la evaluación de proyectos en educación, pero no es frecuente hacerlo. El marco del modelo, sin embargo, permite computar los menores costos que se lograrían en el futuro por la mejor tecnología generada por las inversiones del proyecto. La diferencia con el costo de utilizar las técnicas tradicionales permite calcular una tasa implícita de descuento que es posible comparar con las correspondientes tasas de otros proyectos alternativos.

Cada vez que se detectan resultados con características positivas o negativas de especial interés será posible constituir grupos de trabajo destinados a estudiar el problema en profundidad. Los miembros del grupo tendrían a su disposición, como punto de partida de su trabajo, la cuantificación de las interrelaciones que generaron dichos resultados. Su examen crítico permitiría analizar con profundidad, a veces con enfoques diferentes de los tradicionales, los problemas que enfrenta el sistema.

Conviene recordar, al terminar este capítulo, que el trabajo realizado confirma que: "los modelos no pueden reemplazar al ejecutivo o al planificador". El modelo no es una base suficiente (aunque sí necesaria) para tomar decisiones. Su utilidad estriba, fundamentalmente, en proveer verificaciones de intuiciones; comprobar la consistencia de los supuestos; inspirar nuevas soluciones al computar resultados imprevistos; y, en definitiva, en obligar a definir explícitamente los elementos esenciales que influyen en la decisión. No se puede usar el modelo mecánicamente. Las soluciones del modelo sólo pueden ser interpretadas a la luz de un conocimiento de la situación global en que se inserta el aspecto examinado con ayuda del modelo.

C. Modelo del flujo de estudiantes

Las cifras disponibles para México señalan que la reprobación alcanzó en 1968 al 29.1% en el primer año de primaria y que subió al 33.2% en el año

1969. Estas cifras, sin embargo, no son consistentes con los antecedentes disponibles sobre matrícula y población. Esto se puede probar desde dos puntos de vista diferentes: examinando el proceso de incorporación de los alumnos al sistema o analizando la forma en que progresan a través del sistema:[6]

—Flujo de estudiantes que ingresan al sistema. Se estima que en 1969 existían 1 480 000 niños de ocho años en todo el país. Si se supone que el 95% de cada cohorte ingresa cada año al sistema escolar se entendería que en 1969 se habrían incorporado 1 400 000 nuevos estudiantes. Como la matrícula de primer año de 1968 fue de 2 530 000 alumnos y en 1969 de 2 611 800, se puede calcular la tasa de repetición implícita mediante la siguiente ecuación:

$$\underset{1968}{\text{tasa repetición}} = \frac{2611.8 - 1400.00}{2530.0} = 47.5\%$$

La única forma en que se podría reducir este porcentaje de repitentes sería suponer que en el año 69 habría ingresado un número de nuevos alumnos extraordinariamente alto con respecto a las tendencias históricas, lo que parece no fue el caso. Se puede suponer, igualmente, que ingresó el 100% de la cohorte correspondiente. En este caso la tasa de repetición implícita disminuiría a 44.5%. Es difícil que todos los años ingrese un número de alumnos muy superior a una cohorte, pero aún si se supone que todos los años ingrese cerca de un 10% más, de otras cohortes anteriores, la tasa de repetición implícita siempre llegaría a casi el 40%

—Supervivencia del alumnado. Del total de niños matriculados en el primer grado en 1968 aprueban 1 850 854 alumnos que podrían, por lo tanto, matricularse en el segundo grado en 1969. En este curso, sin embargo, sólo se tienen 1 708 800 de los cuales se puede suponer que por lo menos el 15% habría repetido curso en el año anterior. Estos antecedentes permiten afirmar que habrían desertado más de 370 000 niños, es decir (suponiendo que esta deserción corresponde a un año normal), un 25% de la cohorte respectiva. Esto es a todas luces imposible ya que las cifras de matrícula por edades que se presentan en la tabla 7, indican que entre los siete y los diez años asisten a la escuela más de 80% de cada cohorte de los nueve años de edad.

De acuerdo con los datos anteriores se debe reducir la deserción a sólo un 10%. Esto lleva a concluir que la tasa de repetición debe aumentar desde 29.1% hasta, aproximadamente, un 40%. La pérdida, sin embargo, debe ser menor ya que no todos los alumnos deberían desertar en el primer año. Esto significaría que la repetición debería ser superior a 40%.

Es evidente que no es posible realizar un análisis semejante para cada uno de los grados siguientes. Es necesario tomar en cuenta, simultáneamente, un conjunto de elementos demasiado numerosos. De allí que se haya utilizado, en este caso, un modelo de proyección de matrículas que ha sido aplicado en diversos países con resultados altamente satisfactorios. La novedad, sin embargo, consiste en que se utilizó el modelo para simular, para un periodo de ocho años (1961-1968), distintos conjuntos de tasas de transición, estimados con toda la información parcial disponible, de modo que se fueran reduciendo en cada cómputo las diferencias entre los valores teóricos del modelo y las cifras reales disponibles para dicho periodo. El presente trabajo describe, por lo tanto, el procedimiento utilizado para llevar a cabo la simulación.

TABLA 7
Matrícula por edades en el año 1968

Grados	*Edades* 6	7	8	9	10	11	12	13	14
Primero	688.4	852.7	461.9	227.4	141.9				
Segundo	10.5	365.3	500 .0	336.6	229.6				
Tercero		20.7	282.9	271.8	303.1				
Cuarto			22.6	210.2	293.8				
Quinto				19.2	165.4				
Sexto					14.8				
Total	698.9	1 238.7	1 266.9	1 165.1	1 148.4	934.2	855.0	543.5	298.3
Población	1 489.0	1 437.0	1 384.0	1 335.0	1 287.0	1 244.0	1 201.0	1 153.0	103.0
%	46.9%	86.2%	91.5%	87.3%	89.2%	75.2%	71.2%	47.1%	27.1%

Fuente: Centro de Estudios Educativos, datos Inéditas.

1. EL MODELO

Por definición el número de estudiantes en el grado j + 1 en el año t + 1 es igual al número de estudiantes promovidos desde el grado j cursado en el año t más los estudiantes que repiten el grado j + 1, cursado ese mismo año, y más los nuevos estudiantes que ingresan directamente al nivel j + 1 en el año t + 1. De esta manera, se puede establecer el siguiente sistema de relaciones para un sistema de tres grados básicos que, en el siguiente nivel, se bifurca en dos ramas de tres grados cada una:

$$
\begin{array}{lcl}
r_{1t}\, z_{1t} & + a_{1,t+1} = & z_{1,t+1} \\
p_{1t}\, z_{1t} + r_{2t}\, z_{2t} & + a_{2,t+1} = & z_{2,t+1} \\
p_{2t}\, z_{2t} + r_{3t}\, z_{3t} & + a_{3,t+1} = & z_{3,t+1} \\
p_{3t}\, z_{3t} + r_{4t}\, z_{4t} & + a_{4,t+1} = & z_{4,t+1} \\
p_{4t}\, z_{4t} + r_{5t} z_{5t} & + a_{5,t+1} = & z_{5,t+1} \\
p_{5t}\, z_{5t} + r_{6t}\, z_{6t} & + a_{6,t+1} = & z_{6,t+1} \\
p_{6t}\, z_{6t} \quad r_{7t}\, z_{7t} & + a_{7,t+1} = & z_{7,t+1} \\
p_{7t}\, z_{7t} + r_{8t}\, z_{8t} & + a_{8,t+1} = & z_{8,t+1} \\
p_{8t}\, z_{8t} - r_{9t}\, z_{9t} & + a_{9,t+1} = & z_{9,t+1} \\
d_{1t}\, z_{1t} + d_{2t}\, z_{2t} + d_{3t} + d_{4t} \quad z_{4t} + d_{5t}\, z_{5t} + d_{6t} + d_{7t} + d_{8t}\, z_{8t} + d_{9t}\, z_{9t} + 0 & = & z_{d,t+1}
\end{array}
$$

en que:

z_{jt} = número de estudiantes matriculados en el grado j en el año t,

r_{jt} = tasa de repetición en el grado j en el año t,

P_{jt} = tasa de promoción del grado j en el año t al grado j + 1 en el año t + 1 (la tasa P_{6t} corresponde, en realidad, a la promoción del grado 3 al grado 7, es decir, al primer grado de la segunda rama del nivel secundario),

d_{jt} = tasa de deserción del grado j en el año t; se incluye en el último grado de cada nivel a los que se gradúan y abandonan el sistema,

a_{jt} = número de nuevos estudiantes que entran, por primera vez, en el sistema al grado j en el año t.

Mediante este simple sistema de ecuaciones se dispone de un modelo que permite estudiar con facilidad el comportamiento de las tasas de transición en un sistema escolar. Este modelo permite tomar en cuenta, al mismo tiempo, los efectos de un cambio, en una tasa cualquiera, en cada uno del resto de los cursos del sistema. El principal supuesto simplificador, que podría reducir su validez, consiste en excluir la posibilidad de que los estudiantes reingresen al sistema luego de permanecer durante uno o más años fuera de él. Si bien no existen problemas teóricos para incluirlos en el sistema de ecuaciones, se considera que no existe información suficiente para calcular el valor de los correspondientes parámetros.

Las ecuaciones presentadas anteriormente se pueden describir, convenientemente, en forma de matrices:

$$\begin{pmatrix} r_{1t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{1t} & r_{2t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{2t} & r_{3t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{3t} & r_{4t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{4t} & r_{5t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{5t} & r_{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{6t} & 0 & 0 & 0 & r_{7t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{7t} & r_{8t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{8t} & r_{9t} & 0 \\ d_{1t} & d_{2t} & d_{3t} & d_{4t} & d_{5t} & d_{6t} & d_{7t} & d_{8t} & d_{9t} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \\ z_{3t} \\ z_{4t} \\ z_{5t} \\ z_{6t} \\ z_{7t} \\ z_{8t} \\ z_{9t} \\ z_{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1,t+1} \\ a_{2,t+1} \\ a_{3,t+1} \\ a_{4,t+1} \\ a_{5,t+1} \\ a_{6,t+1} \\ a_{7,t+1} \\ a_{8,t+1} \\ a_{9,t+1} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t+1} \\ z_{2,t+1} \\ z_{3,t+1} \\ z_{4,t+1} \\ z_{5,t+1} \\ z_{6,t+1} \\ z_{7,t+1} \\ z_{8,t+1} \\ z_{9,t+1} \\ z_{d,t+1} \end{pmatrix}$$

Estas relaciones son de tipo recursivo y, en notación matricial, se pueden representar más concisamente:

$$\Theta_t z_t + a_{t+1} = z_{t+1}$$

en que Θ define la matriz de tasas de transición y las letras minúsculas de los correspondientes vectores de matrículas y nuevos alumnos.

El modelo permite expresar la matrícula de cada año en términos de la matrícula de un año base, de los alumnos que entran cada año y de las matrices de tasas de transición. El primer conjunto de datos es conocido, de allí que sea necesario examinar la forma de calcular los otros dos conjuntos de datos necesarios para aplicar este modelo.

2. Implementación del modelo

Al justificar, en las primeras líneas de este trabajo, la necesidad de mejorar la información con respecto a las tasas de transición en el sistema educativo de México se demostró que las tasas de repetición del primer grado de primaria podrían tener valores que oscilaban entre un mínimo de 40% y un máximo de 50%.

Un estudio más detallado, que abarcó varios grados, permitió elegir el último porcentaje como punto de partida en 1962. Este supuesto, un supuesto inicial sobre deserción, de acuerdo con los datos de edades por curso (ver tabla 7) y las cifras de matrícula (ver tabla 9) permiten calcular el resto de las tasas, para los grados siguientes, de acuerdo con las tres fórmulas siguientes:

$$r_{jt} + d_{jt} = 1 - P_{jt} \qquad r_{jt} = \frac{R_{j-t+1}}{E_{jt}} \qquad R_{j,t+1} = E_{j,t+1} - P_{jt} E_{jt}$$

en que además de las tasas definidas anteriormente se tiene:

R_{jt} = número de repitentes en el grado j en el año t.
E_{jt} = número de matriculados en el grado j en el año t.

Las tasas calculadas para cada parámetro se pueden ver afectadas por alumnos que permanecen algún tiempo fuera del sistema y luego reingresan. A fin de reducir este factor de perturbación se ajustó los resultados trazando una curva continua en un gráfico en que se representó las tasas calculadas para cada uno de los años. De esta manera se contó con el conjunto inicial de tasas a simular en el modelo.

Además de las tasas de transición de cada año fue necesario calcular los nuevos alumnos que entran anualmente. Se estudió las distribuciones de edades por cursos para el año 1968 (tabla 7).

Observando los datos es posible señalar que el ingreso masivo de los estudiantes al sistema se produce a los siete años alcanzando al 86.2%. Otros pocos se incorporan a los ocho años pues sube el porcentaje al 91.5%. Posteriormente se inicia la deserción llegando a 71.2% a los 12 años.

Si se supone que el proceso de ingreso de los niños es relativamente similar para cada año (o por lo menos que es creciente en el tiempo), es posible utilizar como hipótesis de trabajo que el ingreso anual del sistema es, por lo menos, el 91.5% de cada nueva cohorte de edad. En efecto, es posible que en el primer año deserte una pequeña fracción de los que ingresaron ese año y que, por ende, los nuevos de cada cohorte, que ingresen en el año siguiente, se incrementen en esa misma cantidad. Es igualmente posible que exista un continuo incremento tanto en el porcentaje de escolaridad de cada cohorte como en la escolaridad de los niños de cinco y seis años. En ambos casos existiría un porcentaje de ingreso mayor que el 91.5% antes mencionado.

Todas estas consideraciones llevaron a estimar el ingreso en 1968 en 1 470 000 alumnos (existían 1 489 000 niños de seis años en 1968). A fin de simplificar las estimaciones de los años anteriores se supuso que el total de alumnos que ingresaban al sistema venía creciendo al 3.5% desde 1962. Esto permitió tener la serie de alumnos que ingresaban al sistema desde 1962 cuyos resultados se presentan en la tabla 8.

TABLA 8
Número de alumnos que ingresa anualmente

Año	*Alumnos que ingresan*	*Año*	*Alumnos que ingresan*
1982	1 162 000	1966	1 359 000
1963	1 209 000	1967	1 414 000
1964	1 257 000	1968	1 470 000
1985	1 307 000		

3. Los resultados

Con los antecedentes de la matrícula de 1962, las tasas de transición y la serie de alumnos que ingresaban anualmente al sistema se pudo computar el modelo. Inicialmente se ajustaron las tasas de deserción a fin de que el total de alumnos en el sistema correspondiera, aproximadamente, a la matrícula real. Una vez completado este aspecto se inició el ajuste de las tasas de repetición y promoción. Todos los cambios se hicieron manteniendo tendencias constantes para todo el periodo. Los resultados después de seis ajustes del primer tipo (tasas de deserción) y otros seis del segundo tipo se presentan en la tabla 9.

El ajuste para el nivel primario es bastante bueno. Todas las discrepancias entre las estimaciones del modelo y la realidad no exceden de 3.2% salvo tres casos en que se alcanzan errores de –5.7%, en 1963, de + 6.3% en 1966 y 4.2% en 1968–. Dado que las tasas se estimaron como se señaló, ajustando curvas continuas, es decir, de modo que se conservaran tendencias históricas, se puede concluir que dichas discrepancias no tienen importancia. Sería posible señalar, quizá, que estas diferencias denotarían, más bien, deficiencias en la recolección de antecedentes estadísticos. Es evidente, sin embargo, que existen ciertas tendencias dentro de las diferencias. Inicialmente las estimaciones tienden a ser inferiores mientras que hacia los últimos años la situación es la inversa. Este tipo de error podría ser fácilmente corregido en dos o tres nuevos ensayos ya que corresponden a cambios menores de uno por ciento de las respectivas tasas.

El ajuste en la secundaria general es dispar. En el ciclo inferior las diferencias no exceden del 10% salvo en cinco casos que se concentran en los años 1963 y 1964. En el ciclo superior, en cambio, se alcanza en varios casos

TABLA 9
Estimaciones de la matrícula por cursos para el periodo 1962-1968 de acuerdo con las tasas de transición que aparecen en el Anexo V

	1962			*1963*			*1964*			*1965*		
Grado	*Estimado*	*Real*	*% de error*	*Estimado*	*Real*	*% de error*	*Estimado*	*Real*	*% de error*	*Estimado*	*Real*	*% de error*
Primero	2 272.5	2 272.5	0.0	2 333.9	2 360.0	1.2	2 377.3	2 416.9	1.6	2 393.4	2 399.3	0.3
Segundo	1 282.3	1 282.5	0.0	1 361.5	1 361.7	0.0	1 458.1	1 453.6	0.4	1 558.2	1 536.8	1.4
Tercero	970.2	868.6	0.1	1 025.5	1 043.5	1.8	1 105.9	1 098.2	0.7	1 191.2	1 166.9	2.1
Cuarto	678.0	678.4	0.0	746.9	751.4	0.6	803.8	810.4	0.8	891.4	873.5	2.1
Quinto	504.0	508.2	0.8	565.7	576.5	1.9	614.1	627.4	2.1	683.6	683.2	0.1
Sexto	401.0	401.0	0.0	423.0	448.9	5.7	509 .0	495.4	2.8	541.1	551.1	1.8
Primero	168.7	167.8	0.0	203.4	182.5	11.5	201.6	199.3	1.1	233.7	231.0	1.2
Segundo	122.0	122.1	0.0	147.5	132.8	11.2	177.1	150.1	18.1	180.7	171.7	5.2
Tercero	90.7	91.4	0.8	109.8	103.3	6.2	131.9	118.0	11.8	157.1	138.8	13.2
Cuarto	49.5	48.8	1.4	59.0	63.0	6.4	72.1	77.1	4.0	87.9	80.2	9.6
Quinto	36.9	37.2	0.8	37.5	50.0	25.0	44.4	49.6	1.1	54.8	64.1	14.5
Sexto	6.5	4.5	44.7	9.6	10.5	8.6	13.6	12.7	7.1	20.1	22.5	10.6
Primero	111.8	110.0	1.6	127.8	115.7	10.5	125.8	127.4	12.5	140.6	152.4	7.7
Segundo	68.1	60.5	12.5	73.3	61.6	18.9	80.7	70.9	13.8	78.9	84.7	6.8
Tercero	37.9	37.9	0.0	45.1	43.8	2.9	48.2	45.3	6.6	51.4	47.9	7.3
Cuarto	20.8	15.6	32.4	22.9	17.9	27.8	25.8	19.5	32.3	26.5	21.4	23.9
Quinto	9.7	8.6	12.8	13.5	11.1	21.6	14.6	11.2	30.2	15.6	12.5	24.8
Sexto	5.3	2.8	88.5	5.8	3.0	93.1	6.4	2.8	—	20.1	22.5	10.6

	1966 1967				*1968*				
Grado	*Estimado*	*Real*	*% de error*	*Estimado*	*Real*	*% de error*	*Estimado*	*Real*	*% de error*
Primero	2 455.2	2 521.9	2.6	2 486.9	2 542.3	1.3	2 464.8	2 530.4	3.0
Segundo	1 588.0	1 615.1	1 .7	1 686.2	1 715.0	1.9	1 811.0	1 738.4	4.2
Tercero	1 308.2	1 276.4	2.5	1 365.4	1 374.4	0.6	1 480.8	1 438.5	2.9
Cuarto	961.5	959.8	0.2	1 064.9	1 050.4	1.4	1 140.1	1 122.0	1.6
Quinto	794.2	747.8	6.3	833.1	818.6	1.8	9 14.8	886.8	3.2
Sexto	595.7	602.7	1.2	677 .5	658.7	2.8	715.6	713.3	0.3
Primero	249.3	253.4	1.6	271.8	269.9	0.7	302.3	278.9	8.7
Segundo	199.7	195.5	2.2	211.7	208.2	1.7	224.9	225.7	0.3
Tercero	164.2	154.3	6.4	178.1	170.0	4.8	188.7	185.8	1.6
Cuarto	106.4	87.6	21.5	115.9	97.9	18.4	127.6	108.1	14 .4
Quinto	67.8	66.2	2.4	83.6	74.3	12.5	94.2	87.7	7.1
Sexto	27.2	31.1	12.5	39.8	30.6	30.0	57.6	39.0	48.8
Primero	146.0	151.2	3.4	154.5	49.2	—	168.7	158.5	6.4
Segundo	83.4	85.1	2.0	84.2	30.0	—	85.1	91.1	6.8
Tercero	49.2	52.0	5.4	49.5	16.7	—	49.1	79.0	38.1
Cuarto	26.1	22.7	14.9	23.8	2.5	—	22.1	30.2	26.6
Quinto	15.0	11.8	27.2	14.0	0.8	—	12.1	3.0	—
Sexto	3.9	2.5	—	3.6	0.1	—	3.3	3.0	—

Fuente: Las cifras estimadas corresponden a la computación del modelo (ver texto). Las cifras reales han sido proporcionadas por el Centro de Estudios Educativos.

Nota: El porcentaje de error es igual al cociente: $\frac{\text{Estimado Real}}{\text{real}}$

diferencias de 20%, e incluso hay algunas mayores en el último año grado de algunos años. La gran pérdida de alumnos que se produce por el camino hasta llegar al nivel medio hace que se trabaje con cifras que pueden variar con gran rapidez de año en año. Esto explica, en parte, las deficiencias del ajuste. Se debe recordar, al mismo tiempo, que las tasas del nivel medio no fueron ajustadas a través del proceso de simulación, ya que en esa etapa se debió poner toda la atención en el nivel primario. El examen de las diferencias permite concluir que sería posible mejorar sustancialmente el ajuste en este nivel del sistema educativo en un cierto número de ensayos adicionales.

La situación en la educación técnica es similar a la de la secundaria general. Se puede observar en este caso que las cifras del año 1967 están reflejando una falla en la información estadística, ya que se produce un brusco descenso en las matrículas de todos los cursos. Tal como en el caso anterior una parte de las restantes discrepancias se podría eliminar mediante la simulación de nuevos conjuntos de tasas.

En todos los casos, sin embargo, se puede afirmar que los márgenes de error constatados en las distintas tasas de transición son reducidos. Ellos involucrarían aumentar o disminuir en menos de 5% cada una de dichas tasas. Esto permite destacar, a su vez, que existe una gran subestimación de las tasas de repetición calculadas de acuerdo con la información disponible, de acuerdo con estadísticas continuas, sobre repitentes. Aunque la tasa de repetición de primer año en 1965 se reduzca a 35% todavía sería bastante mayor que la cifra de 21.1% que proporciona la estadística continua (tabla 13). Se verá más adelante, sin embargo, que existen algunas evidencias de que la repetición sería mayor de 40%.

4. Verificación

El haber trabajado con cifras del periodo 1962-1968 impide realizar una verificación del modelo en un periodo relativamente largo como sería necesario. A fin de examinar, en todo caso, su aplicación en un periodo diferente de aquel en que se calcularon los datos se presentan tres ensayos diferentes.

a. Matrículas de educación primaria en el periodo 1968-1970

La tabla siguiente presenta los resultados de aplicar las tasas extrapoladas de acuerdo con las tendencias observadas en el periodo 62-68 a la matrícula calculada para 1968 por la Secretaría de Educación Pública de México. Los nuevos, también, corresponden a una extrapolación de la serie calculada para el periodo 62-68.

Se observa que existe una subestimación de la repetición en primer año que genera estimaciones demasiado bajas en primer año y un exceso en el segundo. También es posible que ingrese al sistema un número mayor de nuevos alumnos, pero los antecedentes examinados en la primera etapa llevan

TABLA 10
Comparación de los resultados del modelo con las cifras reales

Grados	1969 Estimado	1969 Real	% error	1970 Estimado	1970 Real	% error
Primero	2 387.0	2 567.4	− 3.1	2 552.5	2 647.6	− 3.6
Segundo	1 796.4	1 708.8	+1.5.1	1 863.7	1 768.9	+ 5.4
Tercero	1 480.8	1 443.9	+ 2.6	1 585.3	1 503.2	+ 5.5
Cuarto	1 184.6	1 151.5	− 2.9	1 273.2	1 222.2	+ 4.3
Quinto	934.4	920.8	− 1.5	1 022.9	994.9	+ 2.8
Sexto	742.7	747.0	+ 0.6	806.4	810.6	− 0.5

Fuente: Secretaría de Educación Pública, "La educación pública en México, 1964-1970". México, 1970, pp. 290. Anexos V y Tabla 8.

a descartar esta posibilidad. A fin de controlar la primera hipótesis vale la pena examinar antecedentes adicionales posteriormente.

b. Análisis de algunas tasas de transición del periodo 1968-1969

Cuando se había terminado la implementación del modelo fue posible obtener la información para el año 1969. Esto permitió comparar los resultados del modelo con los obtenidos para algunas cohortes de edades en cada uno de los cursos.

TABLA 11
Estimación de la transición de los niños de seis años en 1968

Curso	1968 Matrícula	1968 Promovidos	1968 Repitentes	1969 Repitentes	1969 Promovidos	1969 Nuevos	1969 Matrícula
Primero	688.4	371.9 (1)	316.5 (2)	316.5		546.1 (4)	862.6
Segundo	10.5	10.5 (1)	0 (2)	0	371.9 (1)	0	371.9
Tercero					10.5 (1)	9.8 (4)	20.3
	698.9	382.4 (1)	316.5	316.5	382.4 (1)	55.9	1 254.8

Notas:

(1) Se ha tomado la promoción máxima, es decir, el total de alumnos matriculados en el curso superior en el año siguiente o el cien por ciento cuando la matrícula del año siguiente excede la del año previo en el curso inferior.
(2) Corresponde a la diferencia entre la matrícula y la estimación de promovidos.
(3) Corresponde al cálculo realizado para el año 1968.
(4) Se calcula por diferencia entre la matrícula de 1969 y las cifras de promovidos y repitentes. Se observa una inconsistencia ya que no entran nuevos alumnos al segundo año mientras que sí lo hacen al tercero. Si se supone que entran 20 000 al segundo año los repitentes de primer año en 1968 aumentarían a 336 500 alumnos. Se podría suponer que desertaron 20 000 alumnos.

Una manera sencilla de calcular las verdaderas tasas de repetición, cuando se dispone de la matrícula desagregada por cursos y edades, consiste en examinar la situación de las cohortes de los seis y siete años donde, en general, no se presentan, todavía, grandes problemas de deserción. A modo de ejemplo, se presenta la situación de los niños de seis años en 1968-1969:

La tabla anterior permite estimar que la tasa de repetición mínima de los alumnos de seis años dentro del sistema mexicano, es superior a 46%. Si se supone que algunos nuevos alumnos de seis años ingresan al segundo año se tendría una tasa de repetición cercana al 50%. Un cálculo parecido para el grupo de siete años permite estimar la repetición en un 54%. En el anexo VI se presentan los resultados de cálculos similares para el resto de las edades y cursos de primaria. Afortunadamente las tasas bajan a menos de la mitad en los cursos siguientes.

Estos resultados estarían indicando que, a pesar de todo, las tasas ajustadas con el modelo (anexo V) estarían subvaluando el fenómeno de la repetición. Hubo una cierta influencia del operador para no simular mayores tasas de repetición que parecían exceder los límites usualmente conocidos para este tipo de fenómenos.

c. Matrículas de educación secundaria general en 1968-1969

Tal como se hizo para primaria, se aplicó las estimaciones extrapoladas del modelo a los datos de 1968 a fin de compararlos con los de 1969. Los resultados se presentan en la tabla 12.

TABLA 12
Comparación de cifras estimadas y reales para la educación secundaria general en 1969

Grado	*Matrícula*			*Tasas de repetición*	
	Estimado	*Real*	*% error*	*Estimadas*	*Declaradas*
Primero	304.6	330.4	−7.8%	22.2	13.6
Segundo	213.7	234.3	−8.8	19.8	14.1
Tercero	182.1	179.7	+4.3	23.2	11.2

Fuente: Sección estadística de la *Revista del Centro de Estudios Educativos,* núm. 2, México, 1971.

Como era de esperar, dados los resultados del ajuste histórico, existen discrepancias relativamente grandes en el nivel secundario. Su origen, en este caso, es más difícil de determinar ya que se puede deber a que la proporción de alumnos promovidos de primaria a secundaria general se incrementó en forma brusca o a que existió una disminución de la tasa de deserción. El porcentaje de error, en un año, indica simultáneamente cuál podría ser el margen de error en las tasas utilizadas. Por eso, se agregan las dos últimas columnas en que se presentan las tasas de repetición estimadas a través de la simulación y las obtenidas a través de la recolección de la información del sistema escolar.

Conviene destacar que de acuerdo con los datos disponibles la tasa de repetición del primer año podría variar entre 22.2% y 30.0% mientras que la información estadística sólo constata un 13.6% de repetición. De allí que se puede concluir que si bien el modelo no proporciona una información precisa, en este caso, sus estimaciones son bastante más exactas que los datos disponibles hasta ahora.

d. Utilización de tasas históricas de repetición

Es posible comprobar que las tasas disponibles no permiten explicar, adecuadamente, la transición de las matrículas de un año al otro. A modo de ejemplo se proporcionan las tasas de repetición del periodo 1966/1967 para quien desee comprobarlo personalmente.

TABLA 13
Tasas de repetición del periodo 1966-1967

Grados	*1*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*
Tasas:	21.1	13.7	12.6	10.7	8.6	4.0

Fuente: Sección estadística de UNESCO, cifras Inéditas.

C. Conclusiones

La construcción de modelos permite obtener resultados tanto en su etapa de diseño como en su utilización como representación manipulable de la realidad. Si bien se han descrito algunas conclusiones parciales al final de los dos capítulos anteriores vale la pena realizar en esta oportunidad un resumen general.

Al diseñar el modelo del sistema de educación de México fue posible advertir inconsistencias. El mayor problema se advirtió en la magnitud calculada para las tasas de repetición de acuerdo con las estadísticas continuas. Se menciona en diversos estudios que la repetición en primer grado de primaria sería, aproximadamente, de 30%. Al utilizar esta tasa en el modelo se obtienen resultados que difieren apreciablemente de la realidad. Se concluye, posteriormente, que la tasa de repetición es superior al 40%. Este resultado lleva a sugerir la conveniencia de revisar cuidadosamente la política educacional ya que significaría que se estaría dilapidando la atención de, por lo menos, 1 000 000 de niños mexicanos, sólo en el primer grado de primaria, con una pérdida superior a los $ 500 000 000.00.

Como resultado de la aplicación del modelo de simulación, basado en ecuaciones recursivas de tipo cadenas de Markov, fue posible determinar un conjunto de tasas de transición para un periodo de siete años sustancialmente diferentes del calculado con la información continua. Por tratarse de un primer ensayo de aplicación al caso mexicano se buscó reducir al máximo el número de supuestos y, por lo tanto, no se corrigieron las cifras globales de matrícula. En la exposición de este modelo se comenta que no existen problemas para hacerlo en futuras versiones.

El haber comprobado el funcionamiento del modelo permitiría concentrar los esfuerzos de recopilación estadística en un número relativamente reducido de elementos. Sería posible poner énfasis, por lo tanto, en las estadísticas que faciliten la racionalidad de las decisiones de los que deben dar las orientaciones globales del sistema.

A fin de superar las excusas tradicionales de falta de estadísticas, cuando no se dispone de cifras históricas, se ha recurrido al juicio subjetivo de expertos. Para ello se han utilizado versiones muy simples del método Delphi. Este procedimiento puede ser refinado considerablemente en el futuro para examinar los posibles efectos de políticas que involucren innovaciones considerables del funcionamiento del sistema.

Las computaciones del modelo, por su parte, permiten señalar que se obtuvieron soluciones factibles con relación al conjunto de restricciones consideradas. No se han comentado los resultados numéricos, en esta oportunidad, ya que se deben incorporar al modelo los resultados de los estudios de mano de obra actualmente en curso. Sólo se menciona, por el momento, el que se incluyan en la solución actividades alternativas al sistema de educación regular. Como estas actividades involucran un incremento considerable de los costos de su inclusión, se infiere que el sistema regular opera con un nivel de eficiencia extraordinariamente bajo.

Es imprescindible dedicar recursos, en los periodos iniciales, para incrementar la eficiencia con que opera el sistema. No existiría ninguna política educacional que tuviera una mayor importancia que el reducir la repetición en los primeros grados del sistema. Es evidente, que si uno de cada dos niños repite el primer año, esos niños estarán ocupando plazas del primer año en el año siguiente en vez de haber progresado un año en su escolaridad.

Como en otros modelos de similar tamaño y complejidad es posible afirmar que el ejecutivo no puede prever todos los efectos secundarios de sus decisiones. En este sentido un modelo como el descrito en este trabajo permite que el que fija la política del sistema de educación pueda tener una ayuda sistemática para evaluar los posibles efectos de las decisiones. El modelo no puede reemplazar al ejecutivo a cargo del sistema pero parece ser una herramienta necesaria para facilitar la racionalidad del proceso.

El periodo de afinamiento de este tipo de modelos es relativamente largo y sus conclusiones iniciales se deben considerar como sugerencias para la verificación más que de valor en sí mismas.

ANEXO I: Definición de las variables usadas en el periodo t

De acuerdo con el orden en que aparecen en las ecuaciones se definen las siguientes variables:

p = vector columna (2 × 1), de los niveles de actividad P_j. Cada nivel de actividad representa el número de niños atendidos en el j-ésimo nivel parvulario (preprimario).

x = vector columna (18 × 1) de los niveles de actividad x_j. Cada nivel de actividad representa el número de estudiantes del nivel j del sistema de educación regular (primaria, media y universidad).

$\bar{y}$ = vector columna (4 × 1), de los niveles de actividad $\bar{y}_j$. Cada nivel de actividad representa el número de estudiantes promovidos al j-ésimo nivel educacional (por encima de las tendencias históricas) gracias a una preparación para el ingreso a primer año de primaria. El nivel de actividad de estas variables muestra el incremento, con respecto al número de estudiantes usualmente promovidos al grado j, necesario para cumplir con el conjunto de restricciones y que se alcanza con el costo mínimo.

y = vector columna (18 × 1), de los niveles de actividad yj. Cada nivel de actividad representa el número de alumnos promovidos al nivel j (en exceso de las tendencias históricas de promoción) gracias a una atención remedial de sus problemas de aprendizaje.

r = total de jóvenes que no puede ingresar al primer grado del sistema de educación en el periodo en que cumple los siete años de edad.

q = total de estudiantes que desertan de los tres primeros niveles del sistema debido a las deficiencias de la calidad de la educación que se imparte o porque su familia los obliga a trabajar.

v = vector columna (3 × 1), de los niveles de actividad v_j. Cada nivel de actividad representa el número de m^2 construidos en el periodo t para el j-ésimo nivel educacional.

$\bar{u}$ = vector columna (2 × 1), de los niveles de actividad $\bar{u}_j$. Cada nivel de actividad representa el número adicional de profesores que se debe formar (en el sistema regular o en el trabajo), para satisfacer los requerimientos del j-ésimo nivel educacional.

w = vector columna (5 × 1), de los niveles de actividad w_j. Cada nivel de actividad representa el número de trabajadores formados en el trabajo (incluidos los profesores formados en el trabajo) con el j-ésimo nivel de calidad.

z = vector (10 × 1) de los niveles de actividad z_j. Cada nivel de actividad representa una variable de “rebalse” que, por el alto costo que se le asigna en la función objetivo, sólo ingresa a la solución cuando no es posible obtener de otra manera una solución factible, es decir, que cumpla con todas las restricciones del modelo.

s = total de jóvenes que ingresan al sistema de educación en el periodo en que cumple los siete años de edad.

Además de las variables que se definen en cada periodo t, se utiliza, como resultado de la función objetivo que considera simultáneamente el total de tiempo que incluye el modelo, la siguiente variable:

c = el valor actual (descontando al año uno) de los gastos de operación (de todos los niveles) del sistema educacional, durante t periodos, necesarios para satisfacer todas las restricciones que se detallan en el texto. Los gastos incluyen tanto los gastos corrientes como los de las inversiones necesarias para ampliar la capacidad del sistema a fin de cumplir con dichas restricciones.

ANEXO II: Definición de los coeficientes usados

α_1 = vector fila (1 × 2), de coeficientes α_{1j}. Cada coeficiente representa los costos corrientes anuales por estudiante en el j-ésimo nivel preprimario.

α_2 = vector fila (1 × 18), de coeficiente α_{2j}. Cada coeficiente representa los costos corrientes anuales por estudiante en el j-ésimo nivel del sistema de educación regular.

σ = vector fila (1 × 4), de coeficientes σ_j. Cada coeficiente representa los costos monetarios anuales por estudiante (promovidos en exceso de la tendencia histórica) del j-ésimo nivel educacional. Este vector refleja el costo de atender anticipadamente a los alumnos que tendrían problemas para ingresar al primer grado de preparatorias sin un entrenamiento previo.

β = vector fila (1 × 10), de coeficientes β_j. Cada coeficiente representa el gasto corriente anual para evitar la repetición de un alumno del nivel j mediante su atención en cursos remediales. Refleja el costo de introducir mejores tecnologías en el sistema a fin de mejorar las tasas de promoción del correspondiente nivel.

γ_1 = costo social por cada alumno que no puede ser recibido en el sistema escolar cuando cumple la edad normal de ingreso. Inicialmente se estima en un valor muy reducido. Se lo incluye con el fin de poder representar en el futuro, los efectos de asignar diversos valores a este parámetro.

γ_2 = costo social por cada alumno que deserta, innecesariamente, en los primeros años del sistema. Inicialmente se asigna un valor muy reducido. Se lo incluye para estudiar, en el futuro, los efectos de cambios en el valor de este parámetro.

δ = vector fila (1 × 3), de los coeficientes δ_j. Cada coeficiente representa los costos de construcción por m2 en el j-ésimo nivel educacional.

ψ = vector fila (1 × 2), de los coeficientes ψ_j. Cada coeficiente representa los costos anuales de un profesor que trabaja en el j-ésimo nivel.

ε = vector fila (1 × 5), de los coeficientes ε_j. Cada coeficiente representa los costos anuales por trabajador formado en el trabajo para el j-ésimo nivel.

π = vector fila (1 × 10), de los coeficientes π_j. Cada coeficiente corresponde a un número relativamente alto, a fin de evitar, en lo posible, que la variable correspondiente quede incluida en la solución.

Z = matriz diagonal (18 × 18), de las tasas de deserción ζ_{1j} del j-ésimo nivel del sistema de educación.

H = matriz diagonal (18 × 18), de los coeficientes η_j. Cada coeficiente representa el máximo incremento en las promociones del j-ésimo nivel educacional (adivinanza educada).

^ = matriz (n × n), con unos en la diagonal que precede a la principal y ceros en los restantes elementos. El producto de esta matriz y un vector columna es un vector cuyo elemento j es el elemento j + 1 del vector multiplicado. El último elemento del nuevo vector es cero.

λ_n = vector columna (n × 1) cada uno de sus elementos es un (1) uno.

M = matriz diagonal (18 × 18), de los coeficientes μ_j. Cada coeficiente representa la proporción, del total que abandona el j-ésimo nivel educacional y que se une a la fuerza de trabajo.

ρ = vector fila (1 × 18), de los coeficientes ρ_j. Cada coeficiente representa el porcentaje mínimo de la matrícula del nivel preprimario que debe permanecer dos años en dicho nivel.

Φ = matriz diagonal (18 × 18), de coeficientes Φ_{1j}. Cada coeficiente representa el número de profesores por alumno en el j-ésimo nivel educacional. Cada coeficiente se define como el recíproco de la relación alumno por profesor.

Θ = matriz diagonal (18 × 18), de coeficiente Θ_{2j}. Cada coeficiente representa el número de m^2 por alumno en el j-ésimo nivel educacional.

Ω = matriz (18 × 18), de tasas de transición. Los elementos ω_{1j} de la matriz corresponden a las tasas de transición del j-ésimo nivel. Los elementos $\omega_{j+1,j}$ corresponden a las tasas de promoción del j-ésimo nivel al nivel $_{j+1}$ Las tasas de deserción quedan incluidas en la matriz M.

Z = matriz diagonal (18 × 18), de coeficientes $\square_{gj}$. Cada coeficiente representa la tasa de deserción del j-ésimo nivel educacional, que puede ser atribuida a deficiencias del sistema.
La mayor parte de los coeficientes, evidentemente son ceros

i = vector fila (1 × 3), de los coeficientes i_j. Cada coeficiente indica la tasa de depreciación anual de las construcciones.

ANEXO III: Definición de los recursos disponibles y de las cotas

$\overline{C}$ = máximo de disponibilidades de presupuesto corriente para el año t.

K = máximo de disponibilidades de presupuesto de capital para el año t.

P = número de niños (población) de 7 años de edad en el periodo.

$\overline{U}$ = vector columna (2 × 1) de coeficiente u_j. Cada coeficiente representa el número de profesores que enseñan en el j-ésimo nivel educacional al comienzo del periodo inicial.

$\overline{V}$ = vector columna (3 × 1), de coeficientes v_j. Cada coeficiente representa el número de m^2 disponibles al comienzo del periodo inicial para el j-ésimo nivel educacional.

$\overline{w}$ = vector columna (7 × 1), de coeficiente w_j. Cada coeficiente representa el número de trabajadores (incluyendo los profesores) requerido en el j-ésimo nivel educacional en el periodo.

$\hat{w}$ = vector columna (5 × 1) de coeficiente $\hat{w}$. Cada coeficiente representa el mínimo de trabajadores que se debe formar en el trabajo en el periodo a fin de mantener el nivel de actividad que permita expandir las operaciones hasta el rango superior (máximo) del periodo siguiente (adivinanza educada).

ANEXO IV: Definición de las ecuaciones

1) $\text{Min } C = \Sigma_t \alpha_1 p + \alpha_2 x + \sigma \bar{y} + \beta y + \gamma_1 r + \gamma_2 q + \delta v + \Psi u + \varepsilon w + \pi z$
2) $\alpha x_t + \beta y_t + \beta y_{1-t} + \beta y_{t-2} + \Psi u_t + \varepsilon w_t - z_t \text{ c } C_t$
3) $\Omega_{t-1} x_{t-1} + s_{t-1} + \bar{y}_{t-1} - + \Delta \bar{y}_{t-1} + y_{t-1} = x_t$
4) $p_t = \bar{y}_t + y_{t+1} + y_{t+2} + y_{t+3}$
5) $\bar{y}_t + y_t \text{ c } H_t x_{t-1}$
6) $M_t Z_t x_t - \bar{y}_t - y_t - w_t - \Delta w_t - h + \Delta h + \bar{u}_t - \Delta \bar{u}_t + z_t \text{ s } \bar{w}$
7) $\Phi_1 x_t + \Phi_1 y_t = u_t$
8) $u_t + vu_{t-1} = u_t$
9) $\Theta x_t + \Theta' y_t - v_t -{}''V_{t-1} = V$
10) $v_t + {}'V_{t-1} = V_t$
11) $x_{1,\ t-1} + x_{2,\ t-1} \text{ c } \rho x_{1,\ t}$
12) $x_t + z_t \text{ s } x_{t-1}$
13) $x \text{ s } P$
14) $s + r \text{ s } P$
15) $z_t x_t - q_t \leq O$
16) $s_t \text{ c } s_{t+1}$
17) $w - z \text{ c } \hat{w}$

ANEXO V: Tasas de transición

	1961			1962			1963			1964		
Grado	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*
1	50.0	42.0	8.0	49.5	44.0	6.5	48.0	46.2	5.8	45.7	48.8	5.5
2	28.0	62.0	10.0	28.2	62.8	9.0	27.9	33.6	8.5	27.3	64.4	8.3
3	22.0	67.0	11.0	22.7	66.5	10.8	23.4	66.0	10.6	22.8	66.8	10.4
4	13.0	76.0	11.0	15.0	74.0	11.0	17.0	72.0	11.0	19.0	70.0	11.0
5	8.4	74.3	17.3	12.7	72.3	15.0	13.5	73.0	13.5	19.7	68.3	22.0
6	17.5	41.0	13.7	14.6	44.0	17.0	22.7	39.0	16.3	23.9	38.0	16.0
		22.8			24.4			22.0			21.6	
1	14.0	77.0	9.0	16.0	75.5	8.5	18.0	74.0	8.0	20.0	72.5	7.5
2	15.0	75.0	10.0	16.5	73.8	9.7	18.0	72.6	9.4	19.5	71.4	9.1
3	21.0	56.0	23.0	21.8	56.0	22.2	22.6	56.0	21.4	23.2	56.0	20.8
4	15.0	64.0	21.0	16.5	74.0	19.7	18.0	64.0	18.0	19.5	64.0	16.5
5	14.0	16.0	70.0	15.8	23.5	60.7	17.6	32.0	50.4	19.4	39.5	41.1
6	13.0		87.0	15.0		85.0	17.0		83.0	19.0		81.0
1	28.0	57.0	15.0	26.8	54.5	18.7	25.6	52.0	22.4	24.4	49.5	26. 1
2	17.0	59.0	24.0	18.2	56.5	25.3	19.4	54.0	26.6	20.6	51.5	27.9
3	16.0	55.0	29.0	17.5	51.5	31.0	19.0	48.0	33.0	20.5	44.5	35.0
4	15.0	61.0	24.0	16.5	58.0	25.0	18.0	55.0	27.0	19.5	52.0	28.5
5	15.0	62.0	23.0	15.0	51.5	33.5	15.0	41.0	44.0	15.0	30.5	54.5
6	15.0		85.0	15. 0		85.0	15.0		85.0	15.0		85.0

	1965			1966			1967		
Grado	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*	*Repe.*	*Prom.*	*Dese.*
1	45.8	48.9	5.3	43.7	51.8	4.5	40.0	55.6	4.4
2	26.8	65.0	8.2	26.1	65.8	8.1	25.4	66.6	8.0
3	24.8	65.0	10.2	24.5	64.5	10.0	26.2	64.0	9.8
4	21.0	68.0	11.0	23.0	66.0	11.0	25.0	64.0	11.0
5	27.5	66.0	11.5	25.0	64.0	11.0	28.0	61.5	10.5
6	26.7	37.0	15.3	28.4	36.0	15.0	30.0	35.0	14.8
		21.0			20.6			20.2	
1	21.0	70.0	9.0	23.0	68.5	8.5	24.0	66.0	10.0
2	20.0	70.0	10.0	20.5	68.8	10.7	21.5	67.6	10.9
3	24.0	56.0	20.0	24.8	56.0	19.2	25.6	56.0	18.4
4	21.0	64.0	15.0	22.5	64.0	13.5	24.0	64.0	12.0
5	21.0	42.0	27.0	22.8	49.5	22.7	24.0	57.0	19.0
6	21.0		79.0	23.0		77.0	25.0		75.0
1	23.0	47.0	30.0	21.8	44.5	33.7	20.6	42.0	37.4
2	22.0	48.0	30.0	23.0	45.5	31.5	24.0	43.0	33.0
3	22.0	40.0	38.0	23.5	36.5	40.0	26.0	33.0	42.0
4	21.0	48.0	31.0	22.5	45.0	32.5	24.0	42.0	34.0
5	15.0	20.0	65.0	15.0	20.0	65.0	15.0	20.0	65.0
6	15.0		85.0	15.0		85.0	15.0		85.0

ANEXO VI: Tasas de repetición por edades en 1968

	EDADES				
Grados	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
Primero	49.0	53.8	49.2	51.5	45.8
Segundo	4.8	23.0	29.6	34.6	19.0
Tercero		4.8	16.0	23.5	5.3
Cuarto			4.9	13.4	1.7
Quinto				18.7	16.8
Sexto					20.3

NOTAS

1. Agradezco la colaboración del Dr. Carlos Muñoz Izquierdo y demás miembros del CEE en el diseño e implementación del modelo. La computación se realizó en la Universidad de Harvard gracias al interés del Dr. Russell Davis, del CSED, en este proyecto.
2. La selección de los valores se puede hacer, en algunos casos, a través del método de Monte Carlo.
3. En aquellas soluciones en que se pueda inferir un cambio rápido en los insumos por alumno será necesario apreciar, subjetivamente, si se cumple el supuesto de linearidad de la función de costos.
4. La descripción de las variables y términos aparece en los Anexos I, II y III.
5. La introducción de las alternativas remediales se generó, en realidad, una vez que se implementaron las versiones preliminares del modelo.
6. Si bien existían dudas sobre el número de alumnos matriculados, según lo señalara la Comisión Nacional de Planeamiento Integral de la Educación, se prefirió tomar dicho número como fuente del trabajo suponiendo que entre más compleja sea la información que se recolecte mayor será el grado de error. Esto se ha visto confirmado en el caso de otros países en los cuales se ha evaluado la información estadística disponible. El Censo de 1970 permite comprobar la existencia de una sobre-enumeración en las estadísticas continuas. Dichas cifras censales, sin embargo, deben ser corregidas de la habitual sub-enumeración censal, de modo que no es posible conocer, por el momento, la verdadera dimensión de la diferencia. De ahí que las conclusiones se refieran a las diferencias en las tasas de repetición. Existe, sin embargo, la posibilidad de que parte del error se deba a equivocaciones en la matrícula misma. El examen del Censo de 1970 podrá aclarar, en parte estas dudas.